

区域分裂法在湍流流场数值解中的研究

西安交通大学 张楚华* * 刘正先 谷传纲 苗永森

【摘要】 应用区域分裂算法(简称 DDM)对湍流流场进行数值研究。对湍流流动控制方程建立一种通用的 DDM-1 计算格式 $S_{1,\omega}$, 给出重叠区域内变量处理方法。DDM-1 的 $S_{1,\omega}$ 计算格式的适用性由突扩圆管分离流流场数值计算所验证, 数值计算结果与实验数据比较表明: 采用 $S_{1,\omega}$ 计算格式所预测的再附点位置及平均轴向速度、湍动能强度比在整个计算区域内采用单一模型的方法能够更好地与实验值吻合。

主题词: 分裂法 湍流流动 数值模拟

分类号: V211.3

文献[1]采用二分法,即 DDM-2 的简化形式求解后向台阶湍流,在两个子区域内分别采用高雷诺数模型和低雷诺数模型。文献[3]利用 DDM-1 方法求解不可压后向台阶的层流问题,从理论上证明了所采用格式的收敛性。本文在文献[1~3]的基础上,对湍流流动控制方程建立一种更通用的带有松弛因子 DDM-1 计算格式 $S_{1,\omega}$,并对突扩圆管分离和再附流动进行试算,将计算区域分裂成两个部分重叠的子区域,在每个子区域内采用 SIMPLE 算法^[4]求解,采用的湍流模型均为低雷诺数模型^[5,6],和实验数据比较表明计算结果和实验值吻合较好。

1 物理问题的数学描述

湍流流动控制方程的张量形式为:

$$\operatorname{div} \vec{F} = S^{\varphi} \quad \text{in } \Omega \quad ; \quad f(\varphi)|_{\Gamma} = f^{\varphi} \quad \text{at } \Gamma = \partial\Omega \quad (1)$$

其中 $\vec{F} = \rho v \varphi \Gamma^{\varphi} \operatorname{grad} \varphi$, S^{φ} 为广义源项, Ω 为计算区域, Γ 为 Ω 的边界, $f(\varphi)$ 和 f^{φ} 表征定解条件,随具体流动问题而异。在轴对称坐标系下,求解变量 $\varphi = (1, u, v, k, \epsilon)^T$, 广义扩散系数 $\Gamma^{\varphi} = (0, \mu + \mu_t, \mu + \mu_t, \mu + \mu_t / \delta_k, \mu + \mu_t / \delta_{\epsilon})^T$, 广义源项

$$S^{\varphi} = \left[0, -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(\mu + \mu_t) r \frac{\partial v}{\partial x}, -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu + \mu_t) r \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2(\mu + \mu_t)v}{r^2}, G_k - \rho \epsilon + D, \frac{C_1 f_1 G_k \epsilon}{k} - \frac{C_2 f_2 G_k \epsilon}{k} + E \right]^T$$

广义源项 S^{φ} 中的关系式和常数见文献[5, 6]。

设 $A \varphi = \operatorname{div} \vec{F} - S^{\varphi}$, $B \varphi = f(\varphi) - f^{\varphi}$ 则(1)式可写为算子形式:

$$A \varphi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad ; \quad B \varphi|_{\Gamma} = 0 \quad \text{at } \Gamma = \partial\Omega \quad (2)$$

将计算区域 Ω 分裂成 m 个子区域,并约定每个子区域的虚拟边界 Γ_j' 足够光滑:

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^m \Omega_j; \partial\Omega = \Gamma_j \cup \Gamma_j' \quad ; \quad \Gamma_j' = \bigcup_{i=1}^m \Gamma_{ij}' \neq \emptyset \quad ; \quad \Gamma_{ij}' = \Gamma_j' \cap \Omega_i; \bigcup_{j=1}^m \Gamma_j = \Gamma$$

则可对方程(2)提出如下带有松弛因子 ω 的 DDM-1 通用计算格式 $S_{i,\omega}$

任给一初始猜测 Φ , 作序列 $\{\Phi_0^\infty\}$:

$$\begin{aligned} A\hat{\Phi}^{t+1} &= 0 \quad \text{in } \Omega, \quad \hat{\Phi}^{t+1} = \Phi^t \quad \text{in } \Omega - \Omega, \quad B\hat{\Phi}^{t+1}|_{\Gamma_1} = 0, \quad \Phi^{t+1} = \Phi^t + \omega(\hat{\Phi}^{t+1} - \Phi^t) \\ A\hat{\Phi}^{t+2} &= 0 \quad \text{in } \Omega, \quad \hat{\Phi}^{t+2} = \Phi^{t+1} \quad \text{in } \Omega - \Omega, \quad B\hat{\Phi}^{t+2}|_{\Gamma_2} = 0 \\ \Phi^{t+2} &= \Phi^{t+1} + \omega(\hat{\Phi}^{t+2} - \Phi^{t+1}) \\ A\hat{\Phi}^{t+m} &= 0 \quad \text{in } \Omega, \quad \hat{\Phi}^{t+m} = \Phi^{t+m-1} \quad \text{in } \Omega - \Omega, \quad B\hat{\Phi}^{t+m}|_{\Gamma_m} = 0 \\ \Phi^{t+1} &= \Phi^{t+m-1} + \omega(\hat{\Phi}^{t+m} - \Phi^{t+m-1}) \quad (t = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

在具体计算中, 算子 A 、 B 可以在不同的区域 Ω 中取不同的形式。利用文献[3]的方法可以证明上述 $\{\Phi_0^\infty\}$ 收敛于问题:

$$A\Phi = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad B\Phi|_{\Gamma_i} = 0, \quad \Phi|_{\Gamma_{ij}'} = \Phi \quad (3)$$

利用突扩圆管湍流流动计算考核了所提出的 DDM-1 的 $S_{i,\omega}$ 格式, 由流动的对称性, 计算区域取为上半部分, 将计算区域分裂成两个小部分重叠的子区域 Ω 和 Ω_2 , 见图 1(a), Ω 包括回流区和再附点附近区域, Ω_2 包括再发展区域, Γ_1' 和 Γ_2' 分别为 Ω 和 Ω_2 的虚拟边界, 它们分别位于计算网格上的 I_3 和 I_2 控制界面上, I_2 和 I_3 之间仅布置 4 个网格宽, 见图 1(b) (其中径向长度放大了 7.5 倍, “2” 表示控制界面起始序号, L_2 和 M_2 分别为轴向和径向最大内节点序号), 在 Ω 中采用修正低雷诺数 $K-\epsilon$ 模型, CHC 模型^[5], 它严格地满足近壁渐近行为: $f_\mu \propto y^{-1}$, $f_2 \propto y^2$, 当 $y \rightarrow 0$ 时; 又避免了再附点处的奇性困难, 在 Ω_2 内采用另一种低雷诺数 $K-\epsilon$ 模型 MK 模型^[6], 它满足近壁渐近行为, 但出现奇性问题。

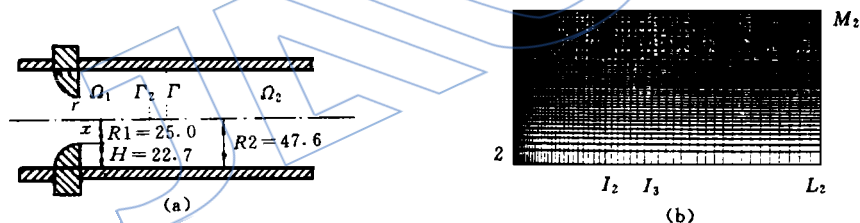


图 1 几何结构和计算网格

对进口速度为 27.9 m/s 的气流进行计算, 采用的控制方程组为椭圆型的, 需要给定所有的边界条件。采用无量纲参数, 特征速度取为进口中心线处流速, 特征长度为进口直径, $Re = 84000$, 可给出如下定解条件。

进口条件: $u_{in} = 1.0$, $v_{in} = 0.0$, $k_{in} = 0.003u_{in}^2$, $\epsilon_{in} = C_\mu k_{in}^{1.5} / 0.03R$

固壁条件: $u_{\text{固}} = v_{\text{固}} = 0$, $k_{\text{固}} = 0$, $\epsilon_{\text{固}} = \mathcal{V}(\partial k / \partial x^2)$ 在竖直壁上; $\mathcal{V}(1/r)(\partial \partial)[r(\partial k / \partial r)]$ 在水平壁上。

在中心线上边界条件: 除规定 $v = 0$ 外, 其它变量按局部单向化坐标处理。

出口边界条件: 按局部单向化坐标处理, 出口速度由内点外推求得并满足质量守恒定律。

上述边界条件并没有出现压力项 p , 这是因为本文采用交错网格的 SIMPLE 算法, 当边界法向速度为已知, 或边界法向速度的法向导数为 0 时, 可令与边界相邻的主控制容积的压力修正项 p 相应的影响系数为 0, 没有必要引进关于边界的压力修正值的信息。

2 计算方法、结果讨论

在两个子区域 Ω_1 和 Ω_2 内采用有限容积法对控制方程(1)交替求解,控制界面上的输运量采用乘方格式写出,压力和速度场的耦合关系通过交错网格 SIMPLE 算法实现,形成的离散代数方程组采用亚松弛 ADI 结合块修正方法求解^[4]。在采用 DDM-1 的 $S_{1,\omega}$ 格式的计算中,需解决虚拟边界问题及区域之间模型转换问题。

先在全区域内采用 CHC 模型进行试算,确定再附点位置大约在 $x/H \approx 8.5$,为了避免再附点处奇性问题,分别将 Γ_2' 和 Γ_1' 定位在 $x/H = 9.0$ 的 I_2 截面处和 $x/H = 11.0$ 的 I_3 截面处,则可确定出两个子区域上各变量的求解起始和结束序号见表 1 和图 1(b)。DDM-1 的计算格式 $S_{1,\omega}$ 将虚拟边界 Γ_j' 上的值取为一轮迭代所得值,因此,在计算过程中凡是用到 Γ_j' 上的流动参数,均用现行已知值代替。 Γ_j' 上的广义扩散系数用倒数插值原则由相邻子区域内节点亚松弛求出。在 Ω_1 子区域内采用 CHC 模型,在 Ω_2 子区域内采用 MK 模型,两个模型的主差别为 K, ϵ 方程中模型关系式和常数不同,且主要反映在通过再附点的截面上。本文的区域分裂方式保证再附点不位于重叠区域,通过在不同子区域内采用相应的关系式和常数,实现模型转换问题。利用 DDM-1 的 $S_{1,\omega}$ 格式带有松弛因子的特点,在重叠区域内,变量均采用低亚松弛因子迭代给出,保证计算过程收敛。

表 1 交错网格上各子区域的变量求解范围

	Ω_1	Ω_2
K, ϵ	$IST = 2 \quad JST = 2 \quad IEN = I_3 - 1 \quad JEN = M_2$	$IST = I_2 \quad JST = 2 \quad IEN = L_3 \quad JEN = M_2$
u	$IST = 3 \quad JST = 2 \quad IEN = I_3 - 1 \quad JEN = M_2$	$IST = I_2 + 1 \quad JST = 2 \quad IEN = L_2 \quad JEN = M_2$
v	$IST = 2 \quad JST = 3 \quad IEN = I_3 - 1 \quad JEN = M_2$	$IST = I_2 \quad JST = 3 \quad IEN = L_2 \quad JEN = M_2$

文献[7] 给出图 1(a) 所示的突扩圆管内流动的测量值,利用上述 DDM-1 的 $S_{1,\omega}$ 计算格式对此问题进行计算。同时给出全流场分别采用单一的 CHC 模型和 MK 模型时的计算值。计算网格均为 60×60 ,收敛指标相同,均为全流场上节点最大剩余质量小于 10^{-6} 。利用上述方法计算所得到的再附点位置 Durrett 测量值为 $x_R/H = 8.6$,DDM-1 为 $x_R/H = 8.9$,CDC 模型为 $x_R/H = 8.2$,MK 模型为 $x_R/H = 11.0$ 可以看出,DDM-1 所得到的结果和测量值最接近,相对误差仅有 3%。

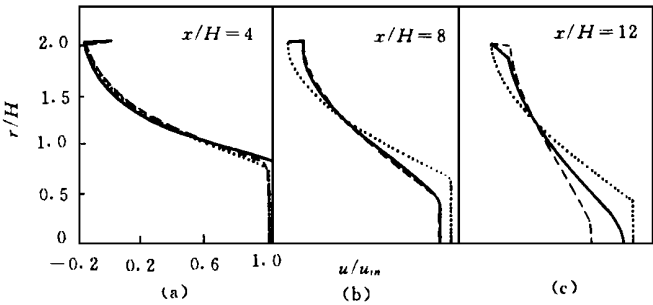


图 2 平均轴向速度 u/u_{in} 在 $x/H = 4, 8$ 和 12 截面处沿径向 r/H 分布

图 2 和图 3 给出了 3 个不同截面 $x/H = 4, 8$ 和 12 处的平均轴向速度和湍动能强度分布。

其中实点●表示 Durrett 实验值,虚线--表示 CHC 模型计算值,点划线- · -表示 MK 模型计算值,实线—表示 DDM-1 格式计算值,采用 DDM-1 方法计算时,虽然在 $x/H = 4$ 和 8 处均采用 CHC 模型,但所得到的速度分布和湍动能强度分布与全流场采用单一 CHC 模型的计算值略有差别,这是因为 MK 模型通过重叠区域和虚拟边界影响了 Ω_1 区域内的流场参数分布。

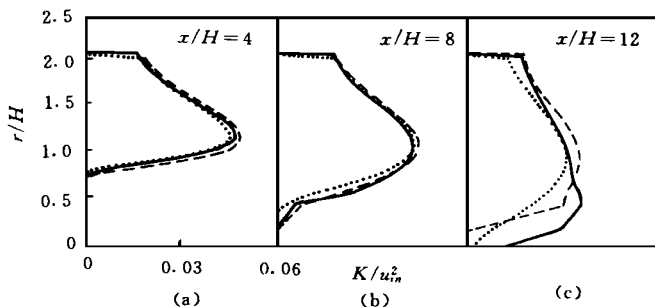


图 3 湍动能强度 k/u_{in}^2 在 $x/H = 4, 8$ 和 12 截面处沿径向 r/H 分布

图 2(a) 清楚地表明 $x/H = 4$ 截面上出现回流, 最大回流速度约为 $0.16u_{in}$ 。图 2(b) 和 (c) 表明, DDM-1 法所得到平均轴向速度和测量值非常接近, 且其值基本介于 CHC 模型和 MK 模型计算值之间, 由图 2(b) 看出, MK 模型计算得到的轴向速度在再附点附近的 $x/H = 8$ 的截面上误差较大, 这是因为 MK 模型在再附点出现了奇性问题, 对再附点处雷诺剪切应力 $\overline{u'v'}$ 模化不合理, 使得回流区偏大, 主流区流速增大。

图 3(a) 中湍动能强度计算值均偏小, 这可能因为回流区的真实流动状态离局部平衡流假设相差较大。但在再附点附近(图 3(b)), DDM-1 方法和 CDC 模型所得到湍流度与测量值吻合较好, 在再发展区域内(图 3(c)) DDM-1 计算值与测量值最接近。总体来说, DDM-1 的计算所得到的平均轴向速度与测量值更接近, 湍流度分布趋势与测量值符合较好。

结论 (1) 首次系统地提出了求解湍流模型控制方程的 DDM-1 的通用计算格式 $S_{1,\Omega}$, 给出了重叠区域和虚拟边界上变量转换方法; (2) DDM-1 格式在预测突扩圆管流动时, 计算所得的再附点位置以及平均轴向速度, 湍动能强度分布比用单一模型的方法更接近于实验值。

参 考 文 献

- 1 Gooray A M, Watkins C B, Win Auong. Turbulent Heat Transfer Computations for Rearward Facing Steps and Sudden Pipe Expansions. ASME Trans. Journal of Heat Transfer. 1985, 107(1): 70-76
- 2 武云海. 一类针对 Navier-Stokes 方程的链状区域分裂方法. 数值计算与计算机应用, 1995, 16(1): 1-6
- 3 康立山, 全惠云. 数值高维偏微分方程的分裂法. 上海: 上海科学技术出版社, 1989
- 4 陶文铨. 数值传热学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988
- 5 Chang K C, Hsieh W D, Chen C S. A Modified Low-Reynolds-Number Turbulence Model Applicable to Recirculating Flow in Pipe Expansion. ASME Trans. Journal of Fluids Engineering, 1995, 117(4): 417-423
- 6 Myong H K, Kasagi N. A New Approach to Improved $k-\epsilon$ Turbulence Model for wall-Bounded Shear Flows. JSME International Journal Series II, 1990, 33: 63-72
- 7 Durrett R P, Stevenson W H, Thompson H D. Radial and Axial Turbulent Flow Measurements with an LDV in an Axisymmetric Sudden Expansion Air Flow. ASME Trans. Journal of Fluids Engineering, 1988, 110(4): 367-372

ABSTRACT

A stress analysis of a Powder Metallurgy (PM) turbine disc was accomplished by finite element method. First, the calculation boundary was determined according to the linkage mode of the rotor, then its elastic, thermoelastic and thermal stress analyses were made. The results show that the deformation of the PM disc is elastic at maximum rotational speed. As the rotational speed exceeds the maximum by 22%, the deformation of disc remains elastic except in the core. The inhomogeneous temperature field has a strong effect on the stress distribution of the disc.

Key Words Powder metallurgy Turbines Disks Stress analysis

APPLICATION OF DOMAIN DECOMPOSITION METHOD TO PREDICTION OF TURBULENT FLOW FIELDS

Zhang Chuhua, Liu Zhengxian, Gu Chuangang, Miao Yongmiao

(Dept. Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT

The Domain Decomposition Method (DDM) is applied to calculation of turbulent flow fields. A general DDM-1 scheme $S_{1,\omega}$ is developed for turbulence equations with treatment of variables in overlapped domains. It features that the whole computational domain is decomposed into several subdomains according to the flow properties and the different decomposed domains employ corresponding physical models. A prediction of turbulent flow fields in a sudden pipe expansion was made and compared with the experimental data. It was shown that the scheme can predict the reattachment point, mean axial velocity and turbulence kinetic energy more accurately than the methods using a single model in entire domain.

Key Words Decomposition method Turbulent flow Numerical simulation

THRUST CHARACTERISTICS OF EXHAUST EJECTOR SYSTEMS WITH LOBED NOZZLES TESTED AT COLD HIGH SPEED CONDITIONS

Li Li and Wu Shousheng

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

A set of thrust characteristics (thrust with nozzle pressure) of a round convergent nozzle, five lobed nozzles and lobed nozzle-mixing tube combinations with and without diffusers have been obtained from the experimental investigation at cold high speed conditions (nozzle pressure = 0.15~0.5 MPa). Test results show that the lobed nozzles of the exhaust ejector systems at high speed conditions also have superior application prospects, provided their designs consider the impact of high speed flow, in especial, the aerodynamic characteristics of supersonic exhaust flow.

Key Words Nozzles with injector Thrust characteristics High speed